

J122022

数値モデル同定解析手法とその適用

A Method of Numerical Model Identification Analysis and Its Application

安藤幸治*¹, 岩楯徹広*², 小田義也*³

Koji ANDO*¹, Takahiro IWATATE and Yoshiya ODA

*¹ Vibrant System Development Co., Ltd

5-39-16, Nangai, Higashiyamato-city, Tokyo, Japan 207-0014

When development of a machine product or aseismic design of structures of civil engineering and architecture is performed, it is important that dynamic characteristics of these structures are grasped. In this study, for a target structure, firstly modal analysis in the time domain was carried out using observation records to clarify the frequency characteristics, and subsequently, through the result, the numerical model was identified, and the dynamic characteristics were investigated. And the validity of modal analysis and identification analysis used here was proved for the elucidation of the physical property such as the dynamic characteristic from the investigation results. In addition, the applicability of modal analysis for observation record including a lot of noises was confirmed by the analysis results of the earthquake records.

Key Words : Identification Analysis, Modal Analysis, Vibration Test, Earthquake Observation, FEM, Dynamic Characteristic

1. はじめに

機械製品開発や土木・建築構造物の耐震設計等を行う場合、これら構造物の動的特性を把握することは重要である。本研究では、対象構造物に対して、初めに観測記録を使用して時間領域でモード解析を行い周波数特性を明らかにして、次いでその結果を参照して数値モデルを同定し、動的特性および物性値特性について検討した。

以下に、これら解析手法について概略を述べ、振動試験記録および地震観測記録に対する適用例を紹介する。

2. 時間領域のモード解析手法¹⁾

モード解析は、観測記録を使用して対象系のモード定数（固有値と固有ベクトル）を算出し、系の周波数特性を明らかにすることを目的とする。非比例減衰を有する振動系の運動方程式は次式となるが、系の運動がこの方程式に従うことを前提として考えていく。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

ここに、 M 、 C 及び K は、それぞれ質量、減衰、剛性の各行列であり、 $\mathbf{x}(t)$ 及び $\mathbf{f}(t)$ は、それぞれ相対変位、外力のベクトルである。入力加速度の場合は、外力 $\mathbf{f}(t)$ は慣性力となる。

モード定数は、次の式(1)の解（回帰式）と観測値間の誤差を評価して求められる。

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = 2\text{Real} \left[\sum_{r=1}^N \left\{ \lambda_r \alpha_r e^{\lambda_r t} + \mathbf{u}_r^T \boldsymbol{\beta}_r(t) \right\} \lambda_r \mathbf{u}_r \right] \quad (2)$$

ここに、 λ_r 、 \mathbf{u}_r はそれぞれ第 r 次の固有値、固有ベクトルである。 $\boldsymbol{\beta}_r(t)$ は、 $\dot{\boldsymbol{\beta}}_r(t) = \lambda_r \boldsymbol{\beta}_r(t) + \mathbf{f}(t)$ を満たす。

式(2)より $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ に対して λ_r は非線形の関係に \mathbf{u}_r は線形の関係に各々あるため解析では個別に扱い誤差の二乗和が所定の値以下になるまで演算を繰り返す。従来の手法にプロニーの方法²⁾があるが、これは λ_r を線形的に扱い最小二乗法で最も重要である運動方程式に基づく観測方程式を否定する手法であり、最確値は期待できない。

外力に対する伝達関数 $T(\omega)$ は、解析より求められるモード定数 λ_r 、 \mathbf{u}_r を使用して次式より算出される。

$$T(\omega) = \sum_r \frac{\omega^2 \mathbf{u}_{kr}}{i\omega - \lambda_r} \mathbf{u}_r \quad (3)$$

ここに、 \mathbf{u}_{kr} は加振点 k の第 r 次固有ベクトルであるが、解析では $\mathbf{u}_{kr} \mathbf{u}_r$ をひとつのパラメータとして扱う。

*¹ 正員、(株)バイブラントシステム開発（〒207-0014 東京都東大和市南街 5-39-16）

*² 首都大学東京名誉教授（〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1）

*³ 首都大学東京准教授

E-mail: ando@vsdc.co.jp

3. 数値モデル同定解析手法¹⁾

同定解析は評価物理量として伝達関数を扱う。ただし、伝達関数は物性値に関して非線形のため、解析では、その修正量について摂動法により線形化を行い、観測値との間の誤差の最小化を条件に修正量の最確値が算出される。そして演算を繰り返せば物性値の真値の推定値が求められる。ここに、観測値としてモード解析結果(式(3))を使用する。伝達関数 $T(\omega)$ の回帰式は、物性値をベクトル \mathbf{p} として摂動法より次のように表される。

$$T(\omega, \mathbf{p}) \approx T(\omega, \mathbf{p}_0) + \sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n \frac{\partial T(\omega, \mathbf{p}_0)}{\partial p_n} \Delta p_n \quad (4)$$

ここに、 $\partial T / \partial p_n \cdot \Delta p_n$ は摂動 Δp_n に対する λ_r , \mathbf{u}_r の一次摂動の関数である。 N は物性値の個数、 \mathbf{p}_0 は初期物性値である。展開係数 \mathbf{a}_n は誤差の最小化より求められ、修正量 $\delta p_n = \mathbf{a}_n \Delta p_n$ が与えられる。

4. 適用例

本研究では、SUS板(ステンレス鋼板)を対象とした振動試験記録と首都大学東京が逗子市の地域防災計画³⁾の一環として実施している地震観測の鉛直アレー地盤記録について検討した。

4.1 SUS板の動的特性

振動試験で対象としたSUS板は長辺30cm、短辺20cm、厚さ0.3cmの長方形板である。試験はSUS板を長辺方向両端から2.5cmの位置を床面に平行にゴムひもで支持し、板の四隅(図2のMP1, MP13, MP105, MP117)に加速度センサーを接着して、その内の一隅(MP1)をインパクトハンマーで加振することにより実施した。

a. モード解析の適用

解析は式(1)に関して加振点1の板面に垂直な方向の加振力を入力、各測点の同方向の応答を出力と仮定して実施した。解析から求められた4個の固有値を固有周波数 f と減衰定数 h の値で表1に示す。図1は測点117の波形の比較図である。解析で使用した2.0秒間の記録のはじめの0.2秒間を示す。波形の再現性は良好であり妥当な結果と言える。伝達関数は図4のようになる。スペクトル比のピーク周波数はよく捉えられている。

b. FEMモデルによる数値モデル同定解析の適用

SUS板のFEMモデルは2.5cm四方の曲げ要素96個に分割して作成した。既述のように振動試験はFEMモデルの自由端境界を想定して実施した。解析で設定したパラメータはヤング率、密度及び減衰係数である。密度は精度良く推定可能であるが、センサーに附属するケーブルの密度を考慮して選定した。また隣接する4個の要素をグルーピングして一個のパラメータとして扱った。ただし、加速度センサーの質量を付加した4隅の要素はひとつのグループとして処理した。同定されたFEMモデルの固有値を表1に示す。モード解析結果に比較して固有周波数はほぼ一致するが、減衰定数はやや異なる。これは境界が厳密には自由でないことが原因である。刺激係数は第一次から0.28, 0.19, 0.30, 0.23であり、いずれも有意な大きさである。ヤング率 E および減衰係数 h の分布をそれぞれ図2, 3に示す。双方とも板中央点に関して対象である。ヤング率は全体に大きな違いはないが、分布図から長辺エッジ側中央部が大きく、板中央部が小さいことが指摘される。減衰係数は短辺エッジ側中央部が特に大きい。これはSUS板を支持するゴムひもの影響と考えられる。また、4隅に配したセンサーのケーブルの密度は 0.9343g/cm^3 と評価された。SUS板自体の密度は 7.9278g/cm^3 である。伝達関数の比較図を図5に示す。結果は良好である。各モードは、周波数の低い方から、ねじり、長辺方向の曲げ、2次のねじり、短辺方向の曲げである。図6にその内の第一次モードを示す。他の測点についても同様の結果が得られた。以上より、SUS板本来の固有周波数は156.56, 167.01, 361.84, 386.51Hzであり、減衰定数はすべてのモードで0.19%である。

Table 1 Modal constants

No.	Modal analysis		Identification analysis	
	f (Hz)	h (%)	f (Hz)	h (%)
1	146.80	0.31	146.91	0.38
2	164.34	0.65	163.33	0.25
3	342.12	0.71	342.06	0.50
4	377.27	1.19	377.05	0.61

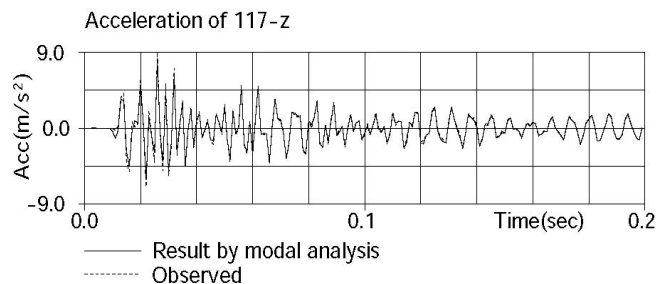


Figure 1 Comparison of acceleration between modal analysis and observation

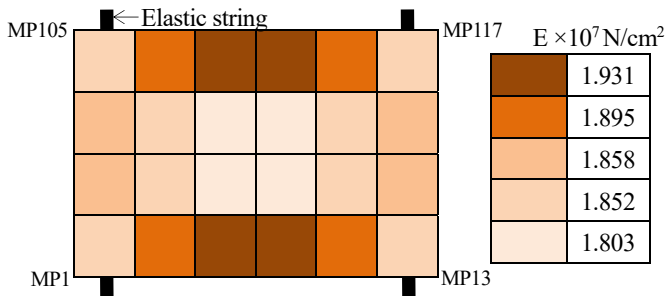


Figure 2 Young's modulus distribution

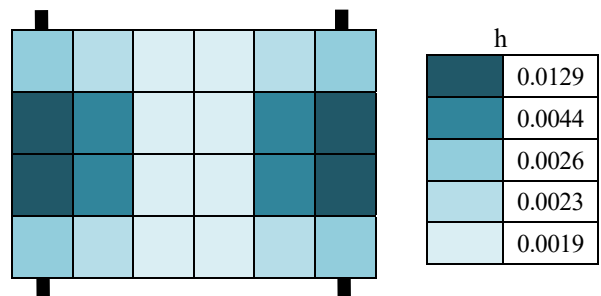


Figure 3 Damping coefficient distribution

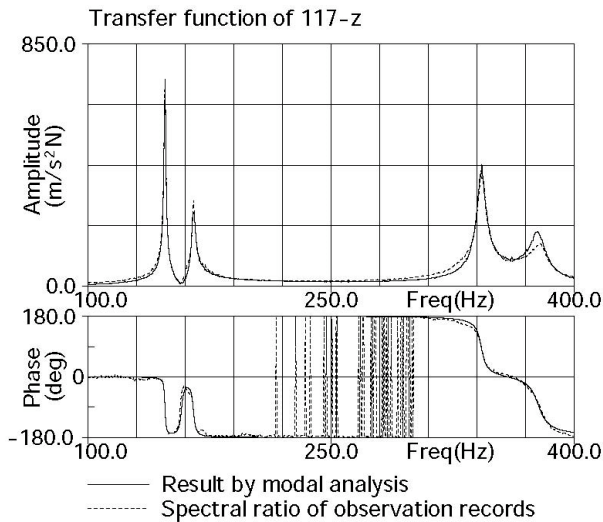


Figure 4 Comparison of transfer function between modal analysis and spectral ratio of observation records

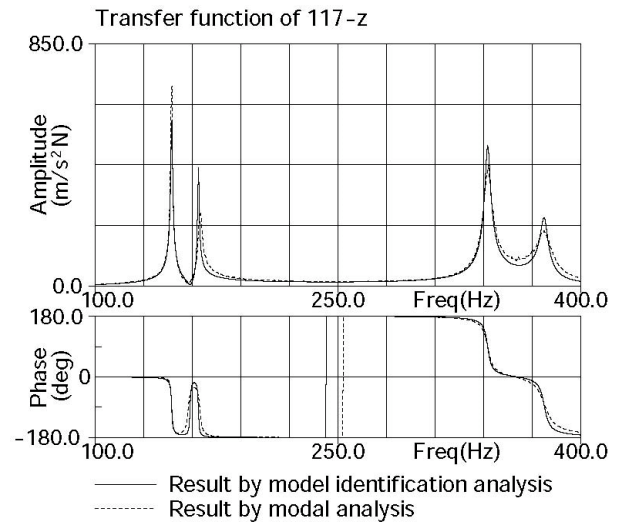


Figure 5 Comparison of transfer function between model identification analysis and modal analysis

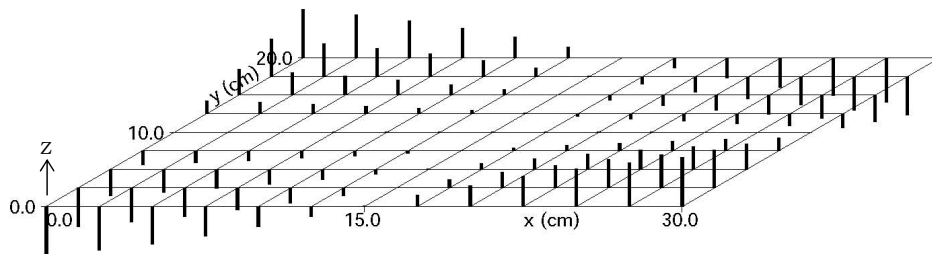


Figure 6 First mode of identified FEM model

4.2 逗子市の地盤特性

観測地点周辺の地盤構造を図7に示す. 同図の各種物性値, 即ち, 単位体積重量 w , せん断波速度 V_s , 層厚はボーリング資料に基づいている. 解析で使用した記録は, 本年3月11日の東北地方太平洋沖地震 ($M=9.0$) の地表面記録 (K1) および基盤記録 (K6) である.

a. モード解析の適用

解析は, 運動方程式(1)に関して, 基盤 K6 の加速度記録を入力, 地表面 K1 の加速度記録をその出力と仮定して行った. 今回扱った記録は水平2成分 (NS, EW) である. モード解析より求められた固有値を固有周波数 f と減衰定数 h の値で表2に示す. 刺激係数はNS成分でそれぞれ0.87, 0.13であり, 第一次モードが地震時挙動に対して支配的である. NS成分の観測波形と解析結果との比較図を図8に示す. 解析ではS波81.92秒の波形を対象としたが, ここに示した波形は主要動部を含む後半部40秒である. 観測波形の再現性は良好であ

Soil	$w(\text{tf/m}^3)$	$V_s(\text{m/sec})$	Depth (m)
Loam,Sand	1.7	150.0	0.0 K1
Sandy soil	1.8	130.0	-1.0
Cohesive soil	1.5	100.0	-4.0
Cohesive soil	1.9	220.0	-20.0
Gravel soil	2.0	250.0	-24.0
Weathered	2.0	400.0	-25.0
Bedrock	2.1	700.0	-26.0
			-30.0 K6

Figure 7 Soil deposit of observation station K1

り結果は妥当と言える。図9は解析より求められた伝達関数と観測記録のスペクトル比との比較図である。絶対値、位相の両スペクトルより、地盤の周波数特性がよく捉えられていることが理解される。

b. 数値モデル同定解析の適用

地盤に対して仮定した数値モデルは一次元波動方程式に従うモデルである。回帰式は省略する。図7に示した物性値はその初期値であるが、解析では比較的精度良く推定可能な単位体積重量と層厚は固定し、せん断波速度と減衰係数をパラメータに設定した。解析より求められた同定値の初期値に対する最大変化率は上から3番目の層のせん断波速度の+0.88である。他の物性値は|0.04|以下に留まる。変化率+0.88は正常に収束した結果でありボーリング調査のバラツキを示すものである。図10は伝達関数の比較図である。良好な結果である。以上、EW成分についても同様の結果が得られた。

Table 2 Modal constants

No.	NS		EW	
	f (Hz)	h (%)	f (Hz)	h (%)
1	1.95	9.38	2.02	9.37
2	5.80	7.15	5.95	6.42

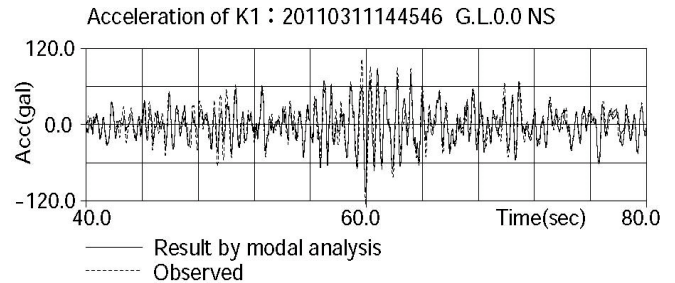


Figure 8 Comparison of acceleration between modal analysis and observation

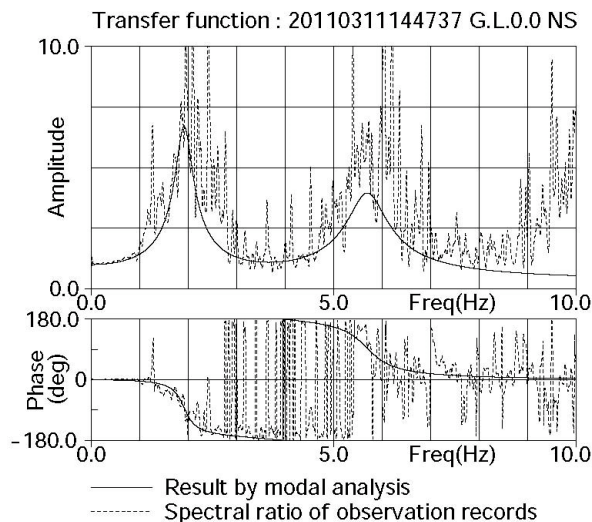


Figure 9 Comparison of transfer function between modal analysis and spectral ratio of observation records

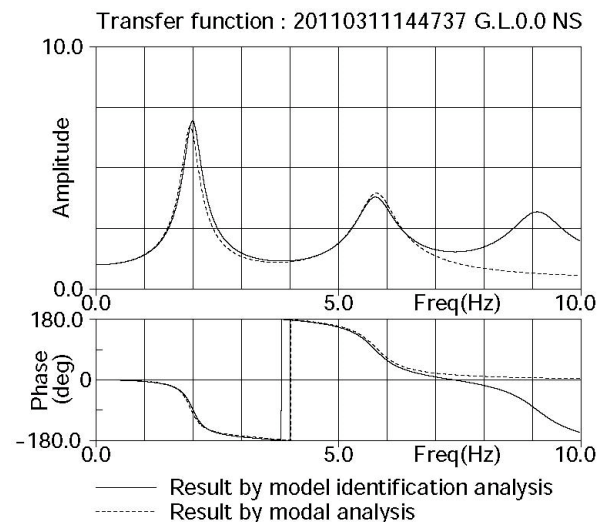


Figure 10 Comparison of transfer function between model identification analysis and modal analysis

4. おわりに

一般に機械は本研究で対象としたSUS板のような単純な構造のいくつもの部品が組み合わされて作られているので、部品の物性値や動的特性等が予め把握されていれば、計算機上で容易に機械本体の動特性や強度の検討は可能である。本研究の成果から、ここに紹介した時間領域のモード解析および数値モデル同定解析は、そのような機械構成部品の物理的性質を調べる上で有効な方法と考える。勿論、機械本体も対象と成り得るが、構造上困難な場合が多い。また、時間領域のモード解析については、地震記録より耐震設計や防災上重要となる表層地盤の周波数特性について有意な結果が得られ、ノイズレベルの高い観測記録でも適用性があることが確認された。

参考文献

- 1) 安藤幸治, 岩楯敬広: 時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用, 土木学会論文集No.450 /I-20, PP.151~160, 1992.7
- 2) 長松昭男, モード解析, 培風館, 1985
- 3) Takahiro IWATATE, Akira OHOKA : Surface Ground Motion Characteristics of Zushi-site, Memoirs of Faculty of Engineering Tokyo Metropolitan University 1996