

時間領域のモード解析および数値モデル同定解析
ー 金属平板のヤング率と減衰係数の分布特性
および表層地盤の同定解析 ー

株式会社バイブラントシステム開発

Vibrant System Development Co.,Ltd.

〒207-0014 東京都東大和市南街 5-39-16

TEL (FAX) 042-507-2731

E-mail ando@vsdc.co.jp

URL <http://www.vsdc.co.jp>

時間領域のモード解析および数値モデル同定解析

地震観測や振動試験は土木・建築系あるいは機械系構造物の動的特性を把握し、その耐震性を検証するために実施されます。構造物の動的特性はモード定数（固有値と固有ベクトル）や諸物性値等により明らかになりますが、これらは観測・試験による実測データから逆解析的に決定可能です。弊社はその解析手法として「時間領域のモード解析¹⁾」および「数値モデル同定解析¹⁾」の2つの手法を開発し、多くの構造物の動的特性について検討してきました。以下に、これら解析手法について概略を述べ、地震観測記録および振動試験記録に対する適用例²⁾を紹介します。

時間領域のモード解析手法

時間領域のモード解析は、観測記録を使用して対象系のモード定数を算出し、系の周波数特性を明らかにすることを目的とします。解析は、系の運動が次の非比例減衰を有する運動方程式に従うことを前提とします（比例減衰でも同様の展開となります）。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

ここに、 M 、 C および K は、それぞれ質量、減衰、剛性の各行列であり、 $\mathbf{x}(t)$ および $\mathbf{f}(t)$ は、それぞれ変位、外力の各ベクトルです。

モード定数は、最小二乗法に従い、式(1)の解である次式と観測値間の誤差を評価して求められます。

$$\ddot{\mathbf{x}}_j(t) = 2\text{Real} \left[\sum \left\{ \lambda_r \alpha_r e^{\lambda_r t} + \mathbf{u}_r^T \boldsymbol{\beta}_r(t) \right\} \lambda_r \mathbf{u}_{rj} \right] \quad (2)$$

ここに、 $\ddot{\mathbf{x}}_j(t)$ は観測点 j の時刻 t における加速度であり、 λ_r 、 \mathbf{u}_r は各々第 r 次の固有値、固有ベクトルです。[]内は、解を固有ベクトル \mathbf{u}_r で展開して得られ、 α_r は展開係数の初期値で、 $\boldsymbol{\beta}_r(t)$ は $\dot{\boldsymbol{\beta}}_r(t) = \lambda_r \boldsymbol{\beta}_r(t) + \mathbf{f}(t)$ を満たします。

式(2)より、 $\ddot{\mathbf{x}}_j(t)$ に対して λ_r は非線形の関係にあるため解析では個別に扱い、誤差の二乗和が所定の値以下になるまで演算を繰り返します。 j 点の伝達関数 $T_j(\omega)$ は、地震波の場合、解析結果を使用して次式より算出されます。

$$T_j(\omega) = \sum_r \frac{\omega^2 \mathbf{u}_{rj}^T \mathbf{M} \mathbf{I}}{i\omega - \lambda_r} + 1 \quad (3)$$

ここに、 \mathbf{I} は単位ベクトルであり、質量 \mathbf{M} は任意です。

表層地盤の地震記録と SUS 板の振動試験記録に対する適用例を紹介（写真1および図1、2）。

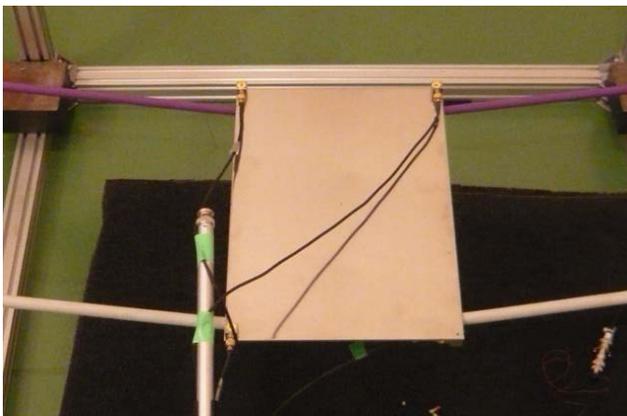


写真1 SUS板(20×30×0.3cm)の振動試験

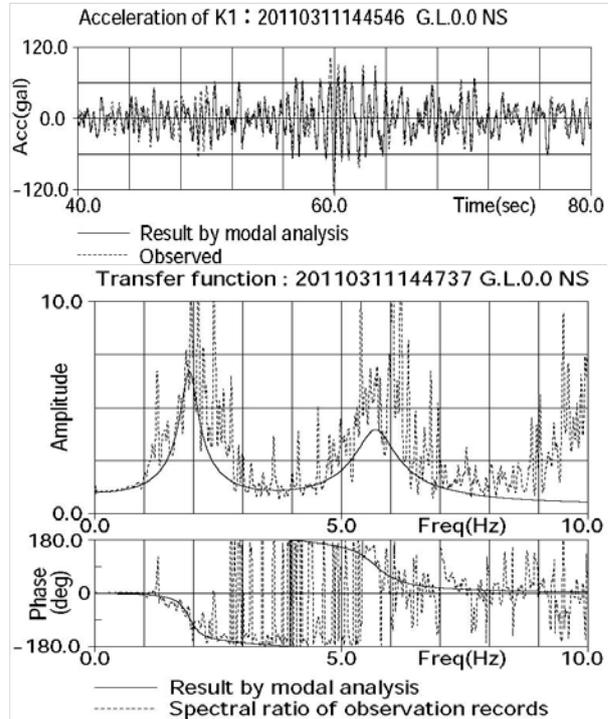


図1 表層地盤の波形と伝達関数の比較図

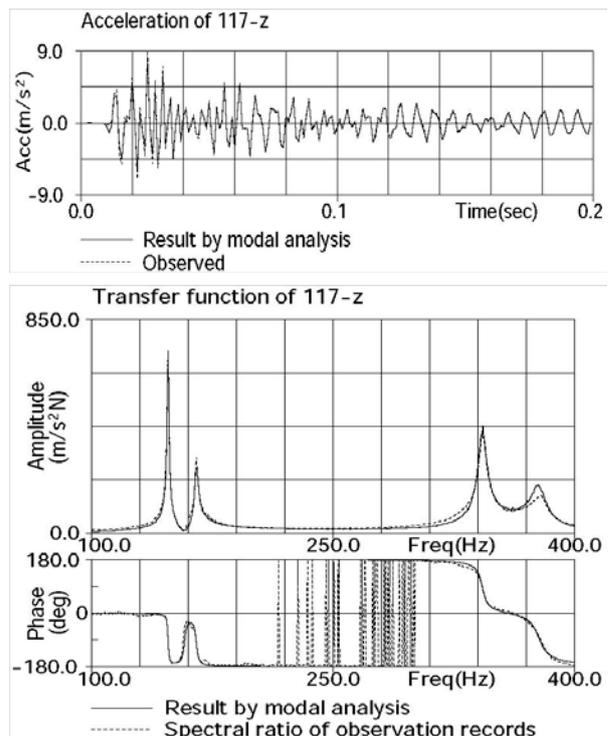


図2 SUS板の波形と伝達関数の比較図

数値モデル同定解析手法

同定解析は評価物理量として伝達関数を扱います。物性値は伝達関数に対して非線形の関係にあるためその修正量について摂動法により線形化を行い、観測値との間の誤差の最小化を条件に修正量の最確値を計算します。そして誤差が所定の値以下になるまで演算を繰り返し、物性値を同定します。

伝達関数 $T(\omega)$ の回帰式は、物性値をベクトル \mathbf{p} として次のように表されます。

$$T(\omega, \mathbf{p}) \approx T(\omega, \mathbf{p}_0) + \sum_{n=1}^N a_n \frac{\partial T(\omega, \mathbf{p}_0)}{\partial p_n} \Delta p_n \quad (4)$$

ここに、 $\partial T / \partial p_n \cdot \Delta p_n$ は摂動 Δp_n に対する λ_r , \mathbf{u}_r の一次摂動の関数です。また、 N は物性値の個数、 \mathbf{p}_0 は物性値の初期値です。展開係数 a_n は誤差の最小化より求められ、修正量 $\delta p_n = a_n \Delta p_n$ が与えられます。

モード解析結果を参照して求められた表層地盤とSUS板の解析結果²⁾を紹介します(図3~7)。

土質	w(tf/m ³)	Vs0(m/sec)	Vs(m/sec)	深さ (m)
ローム・砂	1.7	150.0	150.0	0.0 K1
砂質土	1.8	130.0	132.5	-1.0
砂質シルト	1.5	100.0	187.8	-4.0
砂質シルト	1.9	220.0	228.9	-20.0
砂質シルト	2.0	250.0	251.6	-24.0
礫質土	2.0	400.0	400.4	-25.0
基盤	2.1	700.0	700.3	-26.0
///				-30.0 K6

図3 地震観測地点逗子市の地盤構造
K1: 地表面観測地点, K6: 地中観測地点
Vs0: 初期値, Vs: 同定値

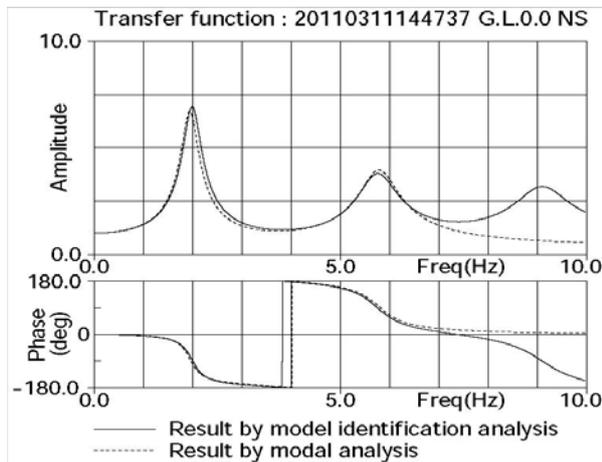


図4 同定された表層地盤の伝達関数の比較図(波動方程式による)

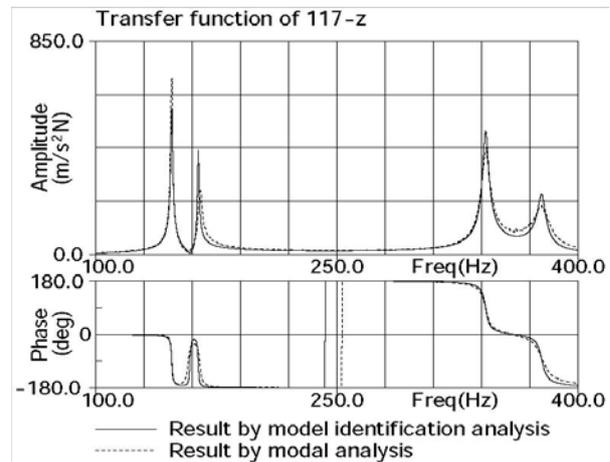


図5 同定されたSUS板の伝達関数の比較図

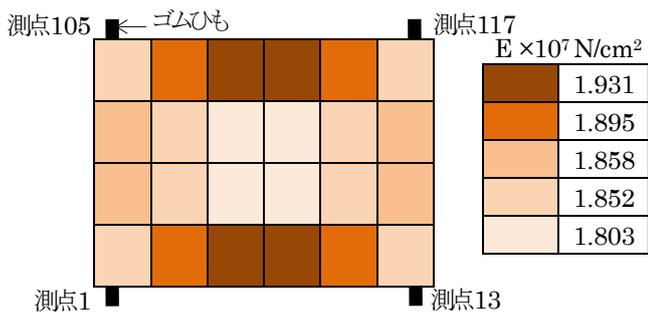


図6 同定されたSUS板のヤング率の分布図(対称に分布)

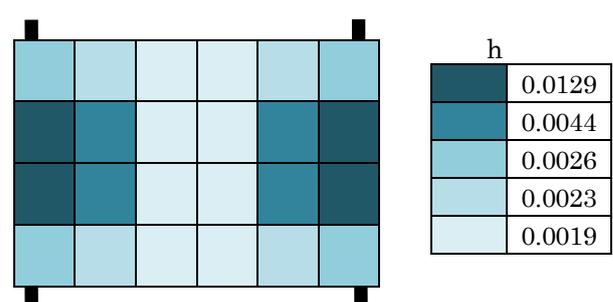


図7 同定されたSUS板の減衰係数の分布図(対称に分布)

解析適用範囲

時間領域のモード解析は、地震観測記録、常時微動観測記録および振動試験記録に対して適用可能です。数値モデル同定解析は、FEMモデル(平面ひずみ、平面応力、梁、シェル、板の曲げ、3次元中実体の各要素)、質点系モデルおよび次元重複反射理論モデルが使用できます。

適用例で使用しました地震観測記録(東北地方太平洋沖地震(2011年3月11日, M=9.0))は都立大学都市環境学部の小田義也先生よりご提供頂きました。また、SUS板の振動試験は株式会社小野測器技術部にご協力をいただきました。

事業内容

1)建築・土木構造物の数値モデル同定解析および健全性の調査

・地震あるいは常時微動観測記録を使用して時間領域のモード解析および数値モデル同定解析を行い、構造物の動的特性を把握し、耐震安全性を確認します。

・定期的に、あるいは被災後に地震記録や常時微動観測記録を使用して時間領域のモード解析および数値モデル同定解析を行い、構造特性の変化を調べ、経年劣化の症状について検討します。

2)機械系の数値モデル同定解析および最適設計

・振動試験データを使用して時間領域のモード解析および数値モデル同定解析を行い、対象系の動的特性や最適設計について検討します。

3)科学技術に関する解析手法の開発

・数値解析手法の開発を行います。

特に最小二乗法に基づいた逆解析手法（カーブフィッティング）の開発を考えています。同手法は正規方程式の特異性に注意をしなければなりません。解析例図3の各層のVs同定値は第3層を除いてほとんど変化をしていますが、弊社開発の特異性を考慮した修正特異値分解法⁴⁾ ⁵⁾によれば、同定可能なパラメータは情報量（地震記録）に応じて決定され、不必要なパラメータの変化が抑えられます。正規方程式を従来の方法で解いた場合、第3層以外の層のVsは大きく発散していきます。

参考文献

1)安藤幸治, 岩楯敏広: 時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用, 土木学会論文集 No.450 /I-20, PP.151~160, 1992.7

2)安藤幸治, 岩楯敏広, 小田義也: 数値モデル同定解析手法とその適用, 機械学会年次大会, 2011.9

3)岩楯敏広, 内藤伸幸, 安藤幸治, 小田義也: 東北地方太平洋地震による逗子地域の表層地盤の地震応答特性, 土木学会論文集 A1 特集号地震工学論文集 Vol.33, 2014.6

4)安藤幸治, 岩楯敏広: 時間領域の実稼動モード解析手法とその適用, 機械学会年次大会, 2017.9

5)安藤幸治, 岩楯敏広: 水平アレー地震観測記録による表層地盤特性の同定とその適用—逗子市地域の地盤特性—, 土木学会論文集, No.731 /I-63, pp.213~229, 2003.4